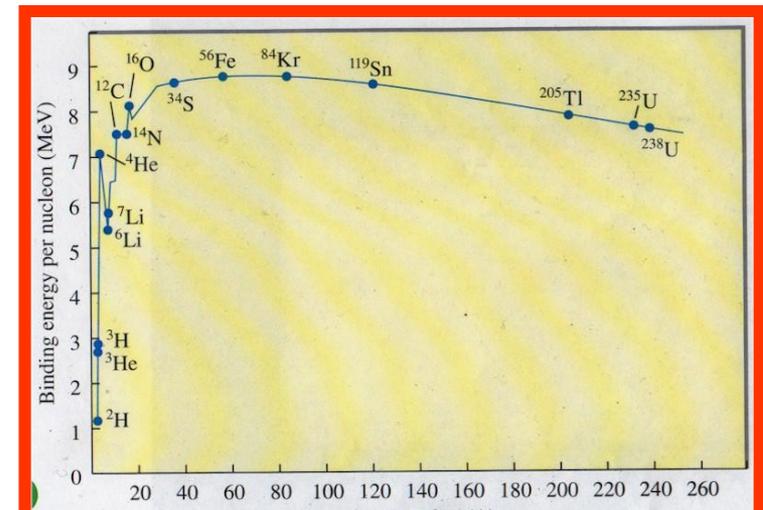
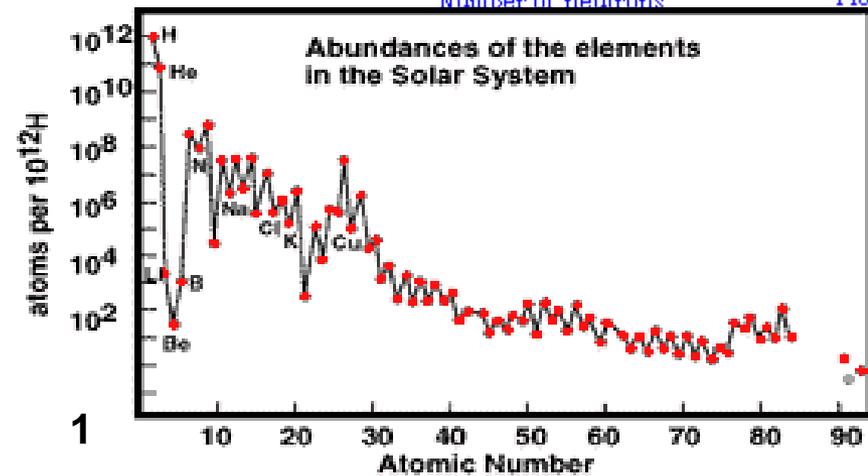
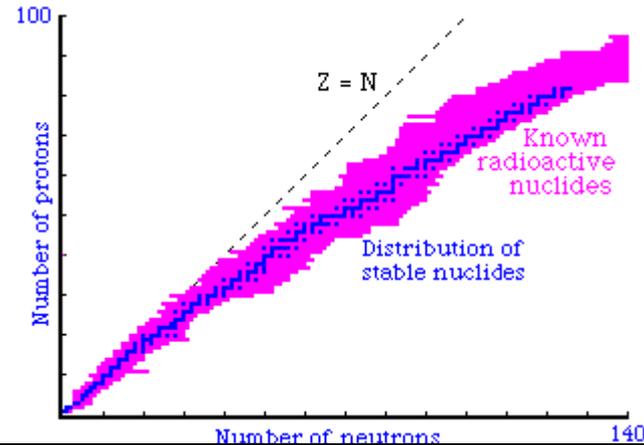


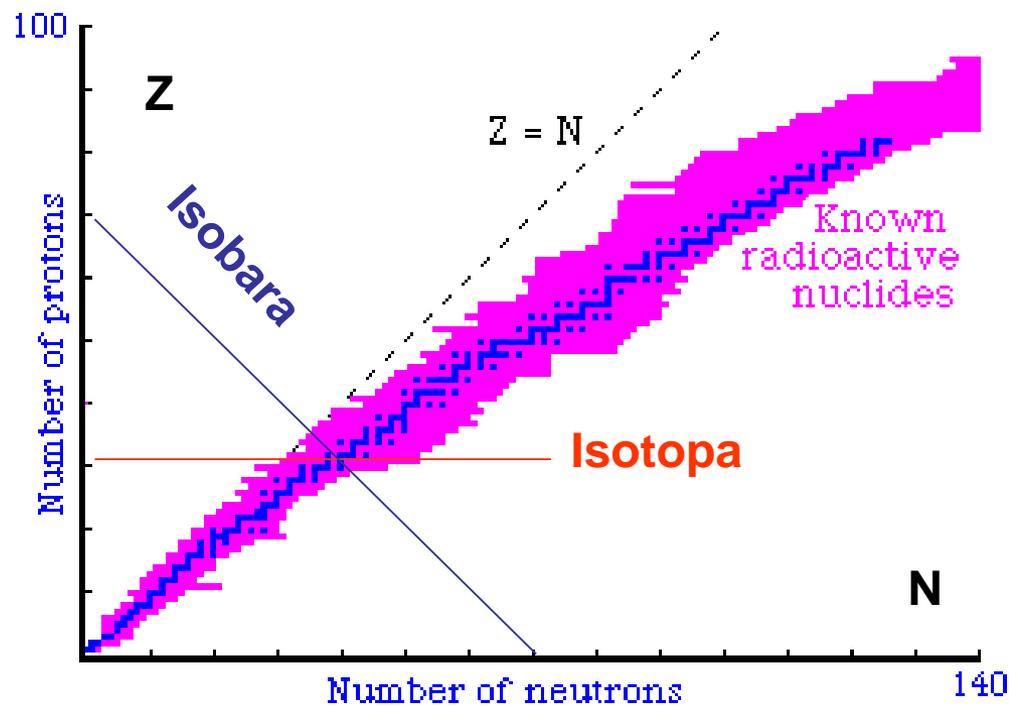
# Masse ed energie nucleari

- Nomenclatura
- La valle di stabilita'
- Le abbondanze degli elementi nel sistema solare
- Cenni sulla nucleosintesi
- I raggi nucleari
- L'energia di legame nucleare
- Formula semiempirica di massa
- Modello a goccia dei nuclei
- Energia nucleare ed energia delle reazioni chimiche.
- Energia da fusione e fissione nucleare



# Nomenclatura

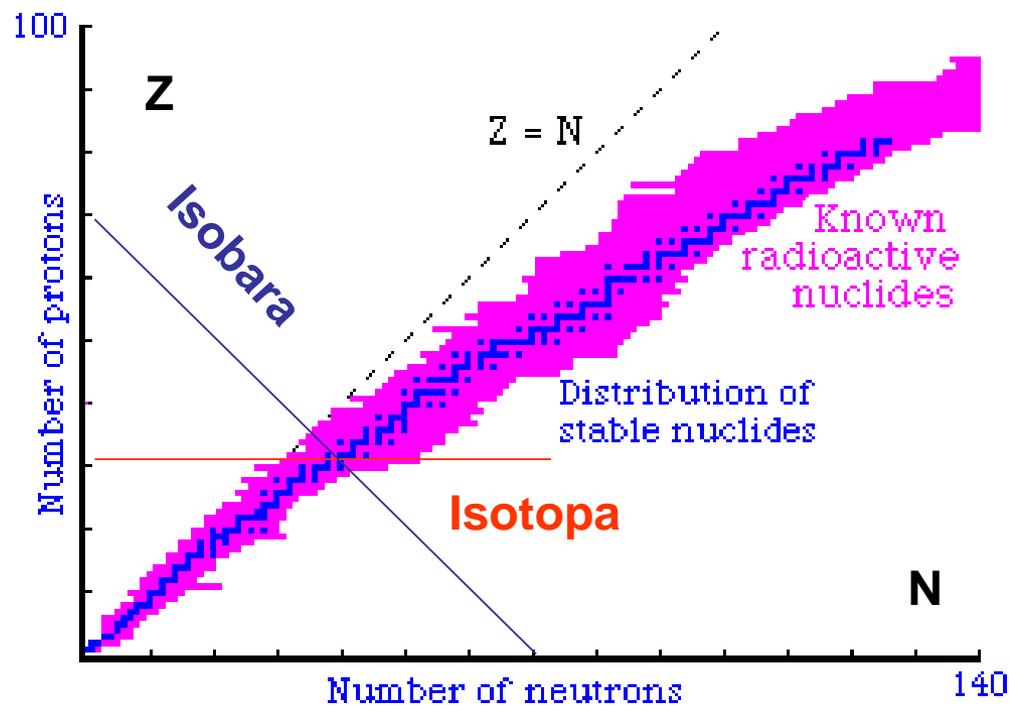
- Un nucleo atomico consiste di  $Z$  protoni e  $N$  neutroni.
- $Z$ , il numero atomico, individua la carica del nucleo, e quindi specifica l'elemento chimico
- $A=Z+N$  e' il numero di massa, che esprime il numero di nucleoni (=protoni o neutroni) che costituiscono il nucleo.
- I nuclei si indicano dando  $(Z,A)$  oppure il simbolo chimico con a sinistra in alto il valore di  $A$  e in basso il valore di  $Z$  (opzionale, in quanto e' implicitamente dato dal simbolo chimico)
- Ad esempio  ${}^3_2\text{He}$  o  ${}^3\text{He}$  indica il nucleo di He formato da 2 protoni ( $Z=2$ ) e 1 neutrone ( $A=3$ )



- Nuclei con lo stesso  $Z$  si dicono **isotopi**, poiche' gli atomi corrispondenti stanno nello stesso posto nella tavola degli elementi
- Nuclei con lo stesso  $A$  si chiamano **isobari**, perche' hanno lo stesso numero di massa.

# La valle di stabilita'

- In natura esistono nuclei stabili fino al Piombo.
- Attorno ai nuclei stabili esiste una fascia di nuclei instabili (radioattivi) che spontaneamente si trasformano nei nuclei vicini, con emissione di altre particelle ( $\alpha, \beta, \gamma$ )
- I nuclei stabili hanno energie minori dei nuclei instabili: se in una terza dimensione riporto l'energia dei nuclei, trovo che quelli stabili formano una valle nel grafico, la valle di stabilita'.
- Da notare che la zona di stabilita', per bassi Z, e' attorno alla retta  $Z=N$ , mentre per alti Z sono piu' stabili nuclei in cui  $N > Z$



- Si osservi che per un fissato Z possono esistere piu' nuclei stabili (isotopi), ad es per  $Z=1$  ho il protone  ${}^1_1\text{H}$  e il deutone indicato con  ${}^2_1\text{H}$  oppure con d, formato da un protone e un deutone
- Analogamente, per un fissato A possono esistere piu' nuclei stabili (isobari).

# La tavola dei nuclei

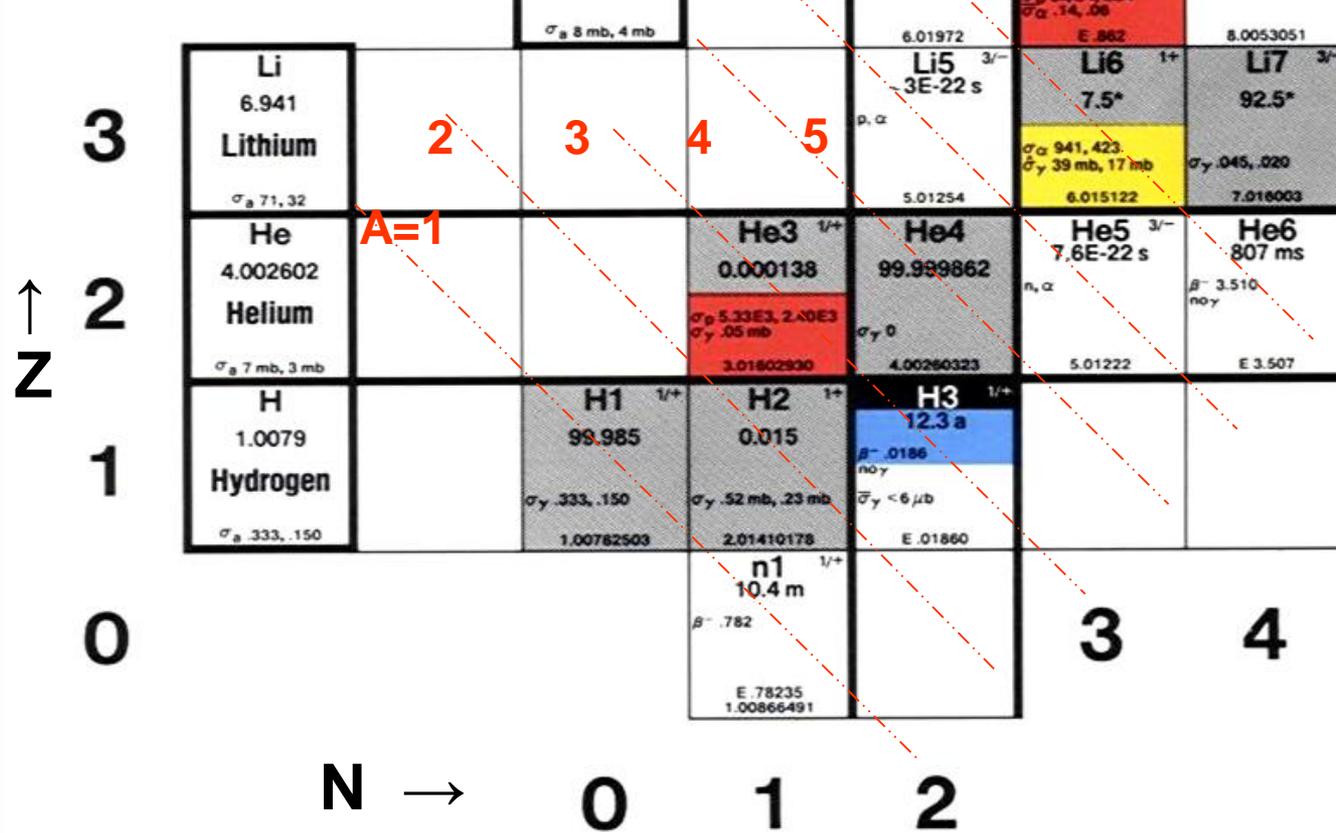
- La tavola dei nuclei ne riassume le principali proprietà
- I nuclei di ciascuna specie atomica sono raggruppati in una riga.
- La prima casella da' il simbolo chimico e il peso atomico, in unita' atomiche (cioe' avendo posto pari a 12 il  $^{12}\text{C}$ ).
- Nella stessa riga sono contenute informazioni sui diversi isotopi

↑ <b>Z</b>	<b>3</b>	<b>Li</b> 6.941 Lithium $\sigma_a$ 71, 32	$\sigma_a$ 8 mb, 4 mb	<b>Li5</b> $3^-$ -3E-22 s p, $\alpha$ 5.01254	<b>Li6</b> $1^+$ 7.5° $\sigma_a$ 941, 423 $\sigma_y$ 39 mb, 17 mb 6.015122	
	<b>2</b>	<b>He</b> 4.002602 Helium $\sigma_a$ 7 mb, 3 mb		<b>He3</b> $1^+$ 0.000138 $\sigma_p$ 5.33E3, 2.40E3 $\sigma_y$ .05 mb 3.01602930	<b>He4</b> 99.999862 $n, \alpha$ $\sigma_y$ 0 4.00260323	
	<b>1</b>	<b>H</b> 1.0079 Hydrogen $\sigma_a$ .333, .150	<b>H1</b> $1^+$ 99.985 $\sigma_y$ .333, .150 1.00782503	<b>H2</b> $1^+$ 0.015 $\sigma_y$ .52 mb, .23 mb 2.01410178	<b>H3</b> $1^+$ 12.3 a $\beta^-$ .0186 $n, \gamma$ $\bar{\sigma}_y$ < 6 $\mu\text{b}$ E .01860	
<b>0</b>			<b>n1</b> $1^+$ 10.4 m $\beta^-$ .782 E .78235 1.00866491		<b>3</b>	
			<b>N</b> →	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>

- Per gli isotopi stabili (in grigio) viene indicata l'abbondanza naturale in percentuale.
- Per gli isotopi instabili viene indicato il tempo di dimezzamento
- Lo spin e la parita' dello stato di minima energia del nucleo sono indicati in alto a destra, in ciascuna casella.
- Altre informazioni riguardano i modi e le energie di decadimento

# I nuclei piu' leggeri

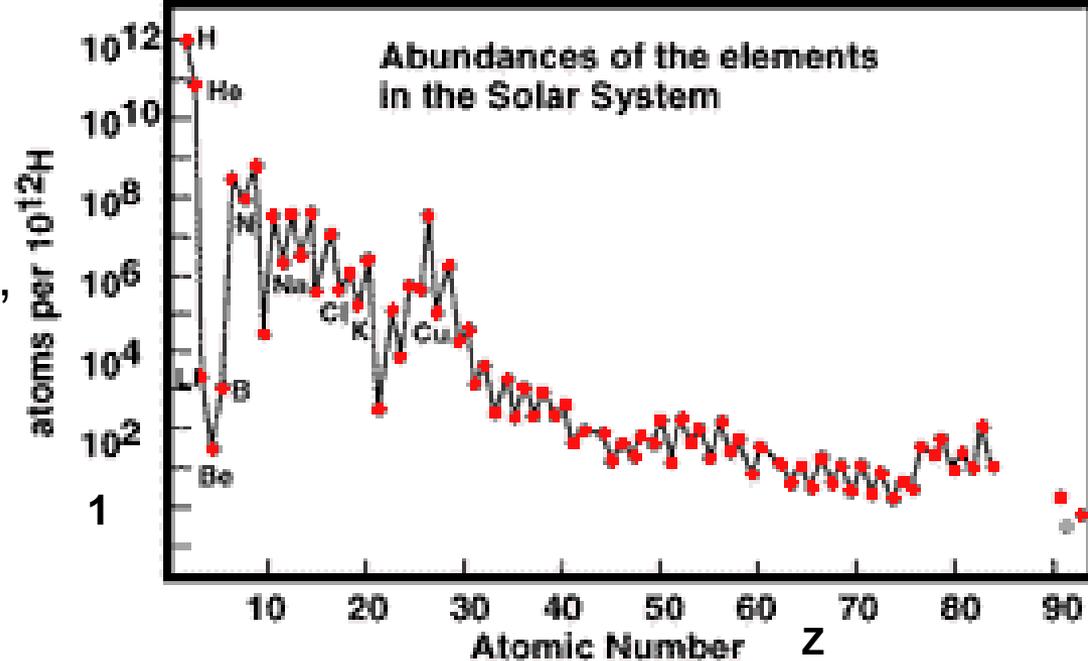
- **A=1** : ho il protone, stabile e il neutrone, instabile per  $n \rightarrow p + e + \text{anti-}\nu$  con  $\tau_{1/2} = 604$  s
- **A=2**: l'unico sistema legato e' il deutone  ${}^2_1\text{H}$   $d=(pn)$ , stabile
- **A=3**: ci sono due sistemi legati:
  - ${}^3_2\text{He}=(ppn)$ , stabile
  - ${}^3_1\text{H}=t=(nnp)$ , instabile per  $t \rightarrow {}^3_2\text{He} + e + \text{anti-}\nu$  con  $\tau_{1/2} = 12$  anni



- **A=4**: c'e' un unico sistema legato e stabile:  ${}^4_2\text{He}=(ppnn)$
- **A=5**: nessun sistema stabile, ma solo due nuclei che vivono pochissimo. L'assenza di un sistema stabile con  $A=5$  e' il collo di bottiglia che arresta la nucleosintesi primordiale
- **A=6**: e' stabile il  ${}^6_3\text{Li}=(ppp;nnn)$ , uno dei due isotopi in cui compare il Li

# Le abbondanze degli elementi nel sistema solare

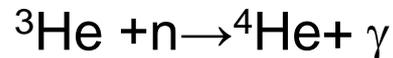
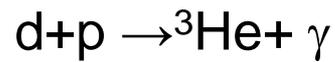
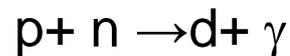
- La figura mostra le abbondanze, in numero di atomi, relative all' Idrogeno.
- Convenzionalmente, ci si normalizza a un numero di  $10^{12}$  atomi di idrogeno.
- L'idrogeno e' l' elemento di gran lunga piu' abbondante nel sistema solare e nel cosmo.
- Di questo la maggior parte e'  $^1_1\text{H}$ , mentre il deuterio e' solo circa  $10^{-4}$ .
- Il secondo elemento in ordine di abbondanza e' l'elio, prodotto principalmente nella nucleosintesi primordiale.
- Il numero di atomi di Elio e' circa 1/12 di quelli di H.



- Le abbondanze relative in genere decrescono all'aumentare di Z
- Gli elementi piu' pesanti, come l'Uranio, hanno abbondanze in numero dell' ordine di  $10^{-12}$  rispetto all' Idrogeno.
- Per ciascun elemento X, oltre all'abbondanza in numero ( $N_x/N_H$ ) si definisce un'abbondanza in massa
- $a_x = m_x N_x / \sum m_x N_x$
- Nel sistema solare, le abbondanze in massa sono  $a_H=73\%$ ,  $a_{He}=25\%$

# Cenni sulla nucleosintesi primordiale

- Nei primi minuti dopo il big bang i neutroni presenti si sono legati ai protoni attraverso una serie di catture nucleari, come ad esempio:

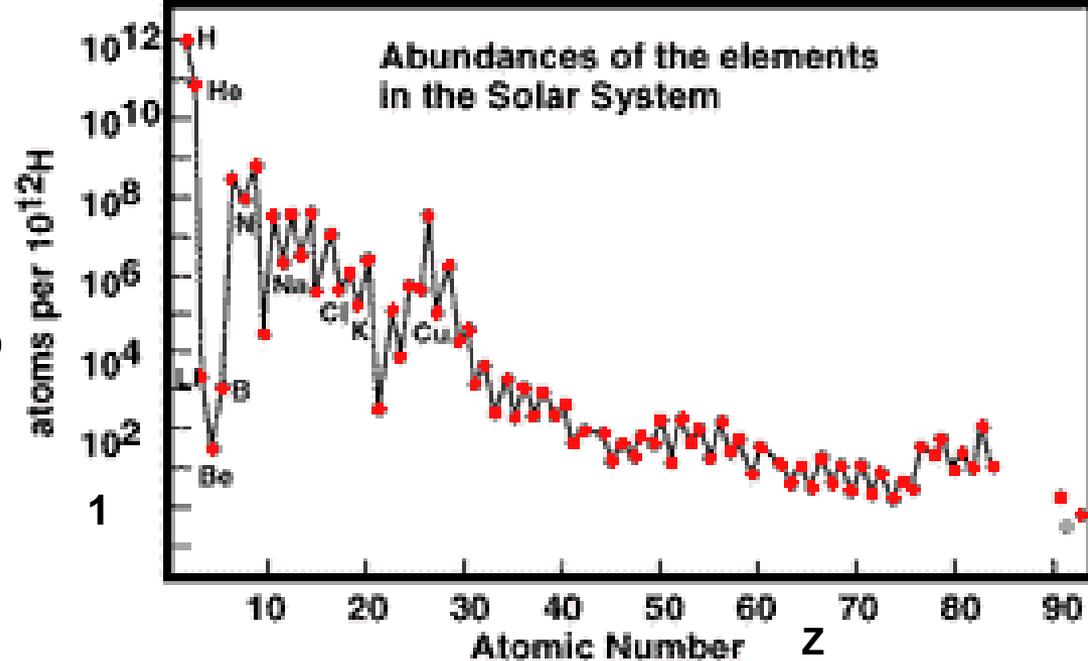


il cui risultato netto e' di trasformare:



Nei passi intermedi vengono formati dei nuclei stabili\*, che possono attendere l'arrivo di una nuova particella da catturare.

- \*o comunque con tempi di decadimento maggiori di qualche minuto



- La serie di reazioni si ferma con  ${}^4\text{He}$  perche' per  $A=5$  non esistono sistemi legati sufficientemente stabili.
- Gli elementi piu' pesanti dell'elio sono prodotti a partire dalla reazione a tre corpi  ${}^4\text{He} + {}^4\text{He} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^{12}\text{C} + \text{energia}$
- Questa, avviene nelle stelle pesanti in cui la densita' e' tale da permettere un processo a tre corpi. Gli elementi prodotti sono immessi nel gas interstellare dall'esplosione finale della stella.

# Densita' e dimensioni nucleari

- La struttura dei nuclei, per A sufficientemente grande, presenta diverse regolarita'
- La densita' e' approssimativamente costante all'interno del nucleo, indipendentemente dal nucleo, e quindi decresce rapidamente a zero verso la superficie.

• La densita' e' ben descritta da una funzione di Fermi:

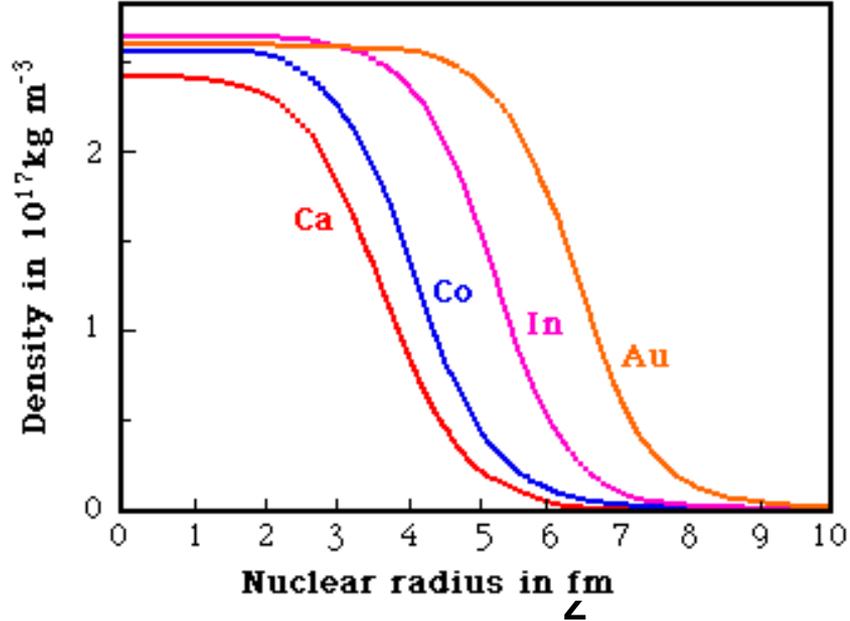
$$D(r) = D_0 / (1 + e^{(r - b)/a})$$

in termini dei tre parametri:

- 1) densita' nucleare  $D_0 = 3 \cdot 10^{14} \text{ g/cm}^3$

Tenendo conto che la massa del nucleone e'  $m = 1.6 \cdot 10^{-24} \text{ g}$ , ne ricavo

$$n = D_0 / m \approx 0.2 \cdot 10^{39} \text{ nucleoni/cm}^3 = 0.2 \text{ nucleoni/fermi}^3$$



- 2) lo spessore del nucleo  $a = 0.6 \text{ fm}$
- 3) il raggio del nucleo  $b = 1.2 A^{1/3} \text{ fm}$
- Da notare che mentre  $a$  e  $D_0$  sono indipendenti dal nucleo, il raggio del nucleo cresce come  $A^{1/3}$  e quindi il volume del nucleo e' proporzionale al numero dei costituenti  $A$ .

# Energie di legame nucleari

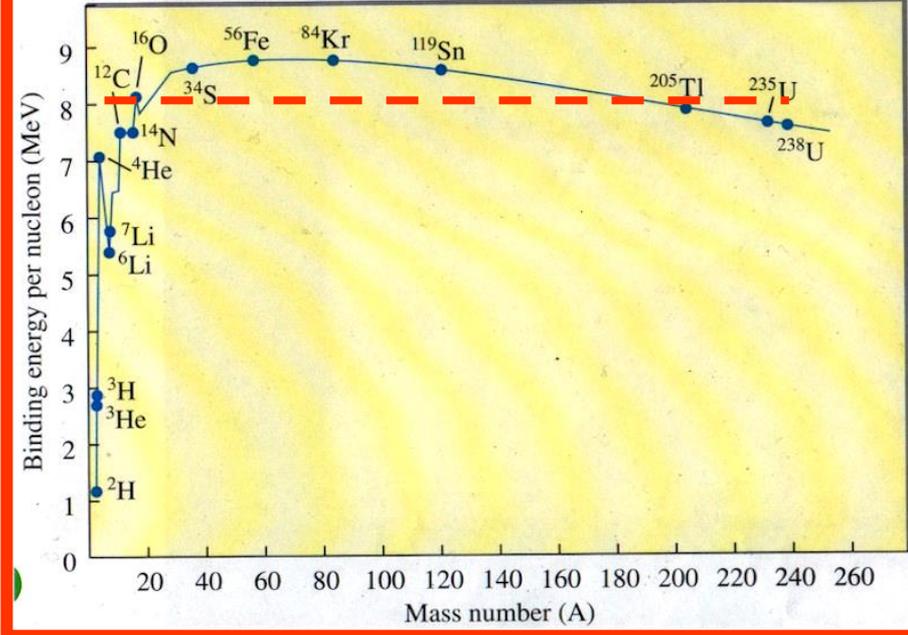
- La massa  $M$  di un nucleo  $(Z, A)$  esprime l'energia totale del nucleo a riposo.
- Differisce dalla la somma delle masse dei protoni e neutroni che lo contengono per l'energia di legame del nucleo:

$$M(Z,A)c^2 = Zm_p + (A-Z)m_n - E_b$$

- La massa di un nucleo e' minore della somma delle masse dei suoi costituenti (cioe'  $E_b > 0$ ), altrimenti il nucleo si dissocierebbe in essi.
- La quantita' caratteristica e' l'energia media di legame per nucleone:

$$\epsilon = E_b/A$$

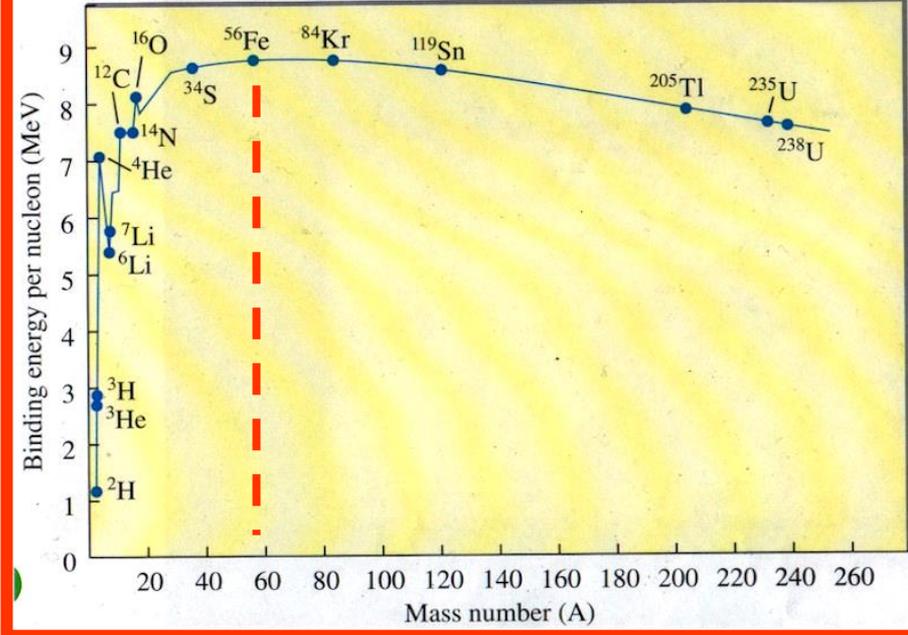
- In prima approssimazione,  $\epsilon \approx 8 \text{ MeV}$  per ciascun nucleone, indipendentemente da  $A$  e da  $Z$



- Il fatto che l'energia di legame per nucleone dipenda poco da  $Z$  fa capire che la forza di attrazione fra due nucleoni e' indipendente dal segno della carica ("charge independence" delle forze nucleari).
- Questa forza deve essere piu' intensa della forza di repulsione coulombiana, altrimenti il nucleo non starebbe assieme.

# Fusione e fissione nucleare

- Da notare che l'energia di legame per nucleone  $\epsilon$  cresce con  $A$  per  $A < 60$ , dove raggiunge un massimo ( $\approx 9$  MeV), e quindi decresce lentamente.
- Questo vuol dire che si libera energia nel mettere assieme (fondere) due nuclei  $A_1$  e  $A_2$  fin tanto che  $A = A_1 + A_2 < 60$ , cioè, dato:



$$M(A)c^2 = (Z_1 + Z_2)m_p c^2 + (N_1 + N_2)m_n c^2 - E_b(A)$$

L'energia di legame di questo nucleo e'

$$E_b(A) = A \epsilon(A) = A_1 \epsilon(A) + A_2 \epsilon(A) > A_1 \epsilon(A_1) + A_2 \epsilon(A_2)$$

e quindi

$$M(A)c^2 < (Z_1 + Z_2)m_p c^2 + (N_1 + N_2)m_n c^2 - A_1 \epsilon(A_1) - A_2 \epsilon(A_2) = M(A_1)c^2 + M(A_2)c^2$$

Poiche'  $M(A) < M(A_1) + M(A_2)$  la reazione  $A_1 + A_2 \rightarrow A$  libera energia.

- Viceversa, e' energeticamente conveniente la fissione di un nucleo con  $A$  grande, cioè i frammenti di fissione sono piu' legati e il processo di fissione libera energia.

# Atomi e nuclei

- Negli atomi, le energie di legame degli elettroni (esterni) sono dell'ordine degli eV, nei nuclei sono dell'ordine dei MeV.
- Cio' vuol dire che la forza che tiene assieme i nucleoni nei nuclei (forza "forte") e molto **piu' intensa** di quella che tiene legati gli elettroni (la forza e.m.)
- In un atomo, per strappare i vari elettroni e' necessaria un'energia sempre maggiore: gli elettroni dei gusci piu' interni sono piu' legati al nucleo.
- In un nucleo, i nucleoni hanno all'incirca la stessa energia di legame, come indicato dal fatto che  $\epsilon \approx \text{costante}$ .
- In un atomo, il volume e' di circa  $(1A^0)^3 = 10^{-24} \text{cm}^3$ , quale che sia il numero di elettroni, cioe' la densita' elettronica cresce all'aumentare di Z.
- In un nucleo e' la densita' a rimanere costante, mentre il volume cresce linearmente con A
- Questo vuol dire che la forza "forte" ha un **andamento con la distanza diverso** da quello della forza e.m.
- Notare che ci sono delle regolarita' nell'andamento delle energie di legame, che suggeriscono anche per i nuclei una struttura a gusci; ad esempio A=4 e A=16 corrispondono a sistemi fortemente legati, in cui i gusci sono completi, cosi' come per i gas nobili.

# La formula semiempirica di massa

- La formula semiempirica di massa riproduce con buona approssimazione i valori sperimentali delle energie di legame dei nuclei in funzione di pochi parametri, il cui significato verrà chiarito nelle trasparenze successive.

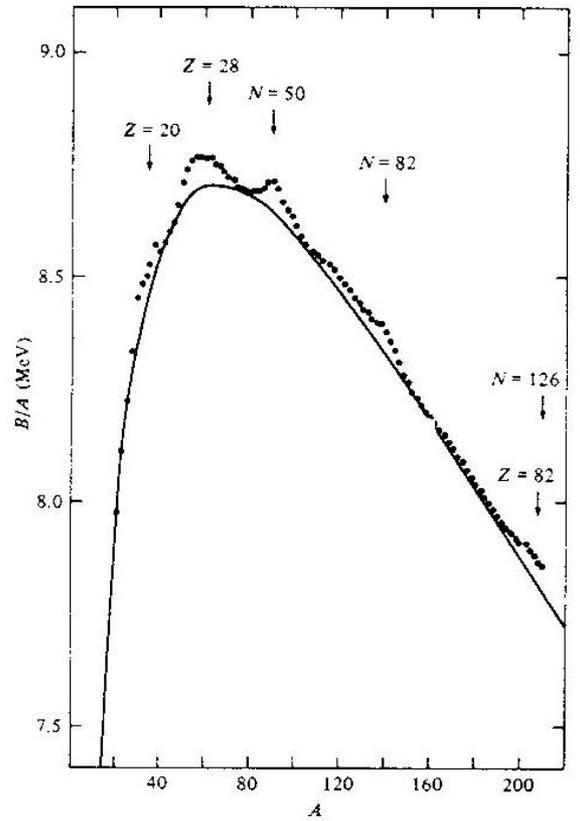
- Per l'energia di legame totale la formula è:

$$E_b(A, Z) = aA - bA^{2/3} - s(N - Z)^2 / A - dZ^2 / A^{1/3}$$

- Ossia, per l'energia di legame per nucleone:

$$\varepsilon = E_b(A, Z) / A = a - b / A^{1/3} - s(N - Z)^2 / A^2 - dZ^2 / A^{4/3}$$

- In termini dei quattro parametri, a, b, s e d si ha un buon fit dei dati sperimentali per i valori riportati in tabella.
- Notare il significato dei segni dei coefficienti (+ corrisponde a una attrazione, - a una repulsione) e gli ordini di grandezza, 10 MeV per tutti fuorché per il termine coulombiano



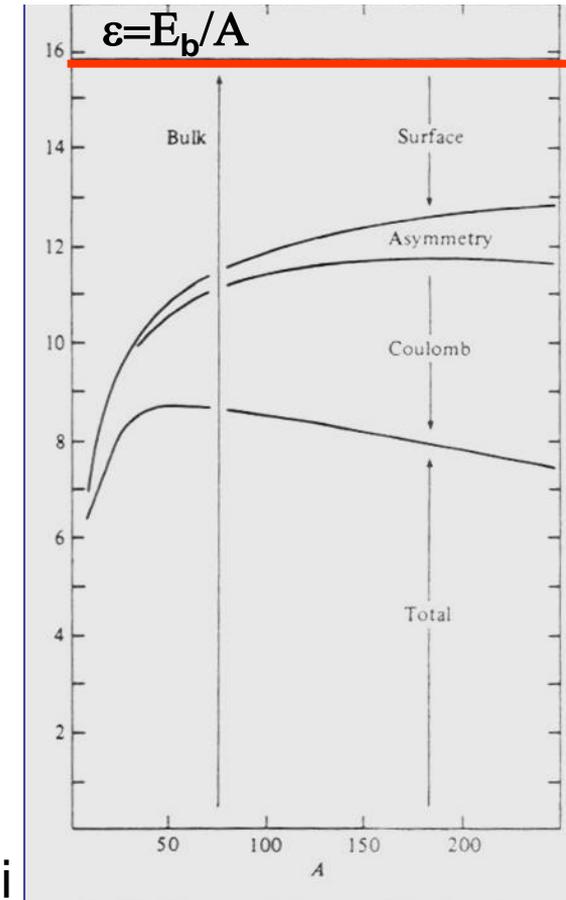
Param	termine	Valore [MeV]
a	volume	15.8
b	superficie	18.3
s	asimmetria	23.2
d	coulombiano	0.7

$$E_b(A, Z) = aA - bA^{2/3} - s(N - Z)^2 / A - dZ^2 / A^{1/3}$$

$$a = 15.8 \text{ MeV}$$

## Il termine di volume

- Diversi termini dell' energia di legame si possono comprendere descrivendo il nucleo come una goccia di un liquido.
- In un liquido, le molecole che stanno all'interno interagiscono solo con quelle vicine, e ciascuna ha una energia di legame, indipendente dal numero totale di molecole.
- L'energia di legame totale del liquido e' dunque proporzionale al numero delle molecole, ossia al volume del liquido.
- Analogamente, all'interno di un nucleo, ciascun nucleone per effetto dell'interazione forte acquista una sua energia di legame.
- L'effetto totale e' dunque proporzionale al numero dei costituenti  $A$ , ossia al volume del nucleo (poiche'  $R$  e' proporzionale ad  $A^{1/3}$ ,  $V$  e' proporzionale ad  $A$ )
- Da notare che mentre in un liquido l'energia con cui e' legata ciascuna molecola e' di circa 0.5 eV, in un nucleo l'energia di legame e' di circa 10 MeV per nucleone

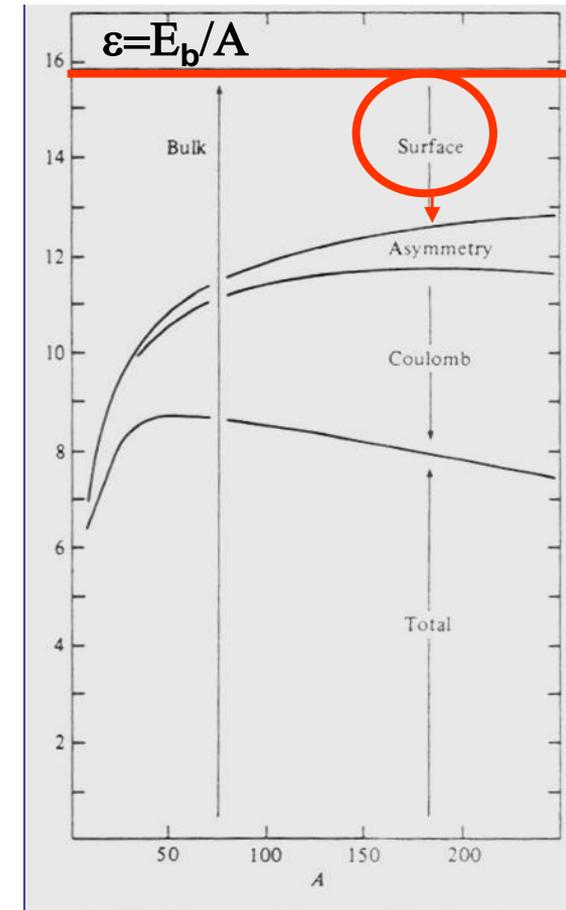


$$E_b(A, Z) = aA - bA^{2/3} - s(N - Z)^2 / A - dZ^2 / A^{1/3}$$

$$a = 18.3 \text{ MeV}$$

## Il termine di superficie

- Le molecole di un liquido che stanno vicino alla superficie hanno meno vicini con cui interagire di quelle che stanno all'interno.
- Cio' vuol dire che occorre sottrarre un termine all'energia totale, proporzionale alle molecole che stanno vicine alla superficie.
- Analogamente in un nucleo: poiche'  $R$  e' proporzionale ad  $A^{1/3}$ , la superficie e' proporzionale ad  $A^{2/3}$ .
- Questa e' l'origine del secondo coefficiente  $b$ , detto di superficie.
- Riguardo all' energia di legame per nucleone, questo termine e' proporzionale ad  $A^{-1/3}$  e dunque e' importante per nuclei leggeri ( $A$  piccolo) mentre diventa trascurabile per valori grandi di  $A$

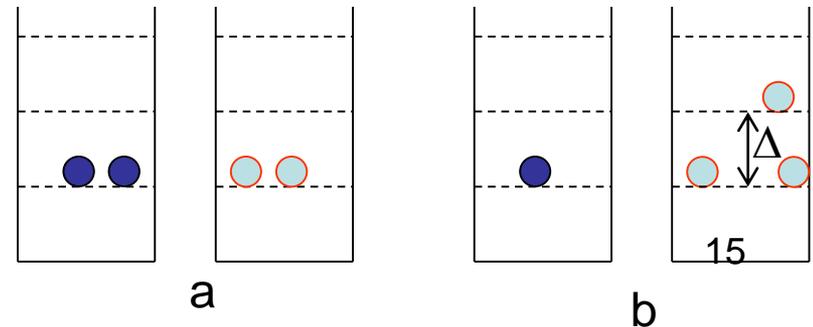
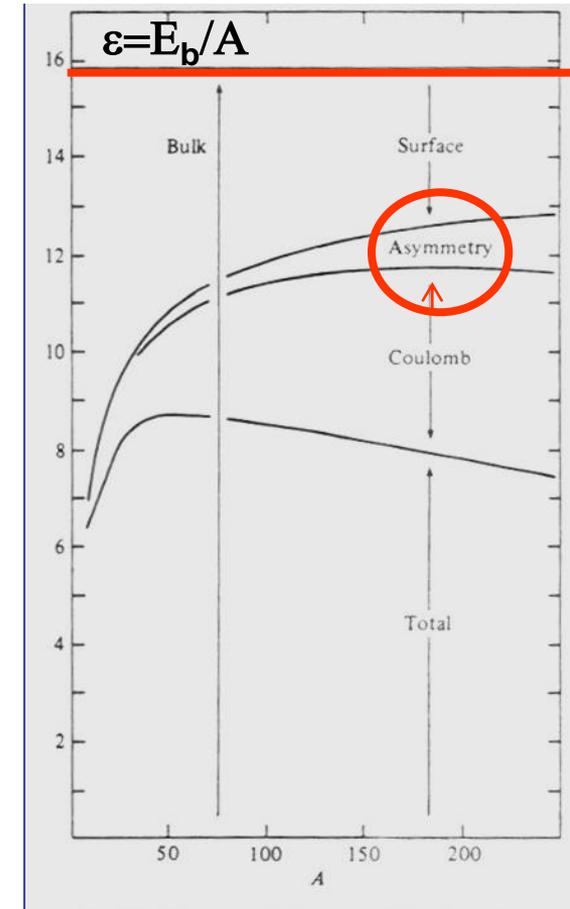


$$E_b(A, Z) = aA - bA^{2/3} - s(N - Z)^2 / A - dZ^2 / A^{1/3}$$

$$a = 18.3 \text{ MeV}$$

## Il termine di asimmetria

- Fissati Z ed A, il termine di asimmetria da' che la massima energia di legame si ha quando  $N=Z$
- Esprime una conseguenza del principio di Pauli. Poiche' in un nucleo le forze non dipendono dalla carica, i livelli dei neutroni e quelli dei protoni nel potenziale nucleare sono simili. In ciascun livello energetico posso mettere al piu' due protoni o due neutroni.
- Se, ad esempio, ho un eccesso di neutroni, questi dovranno collocarsi in livelli piu' alti, e l'energia di legame diminuisce.
- La figura sottostante esemplifica la situazione per il caso  $A=4$
- Rispetto ad a) il sistema b) ha energia maggiore di  $\Delta$  e quindi  $M_b = M_a + \Delta/c^2$ . Poiche' la massa di b e' maggiore, la sua energia di legame sara' minore di  $\Delta/c^2$



$$E_b(A, Z) = aA - bA^{2/3} - s(N - Z)^2 / A - dZ^2 / A^{1/3}$$

$$d = 0.7 \text{ MeV}$$

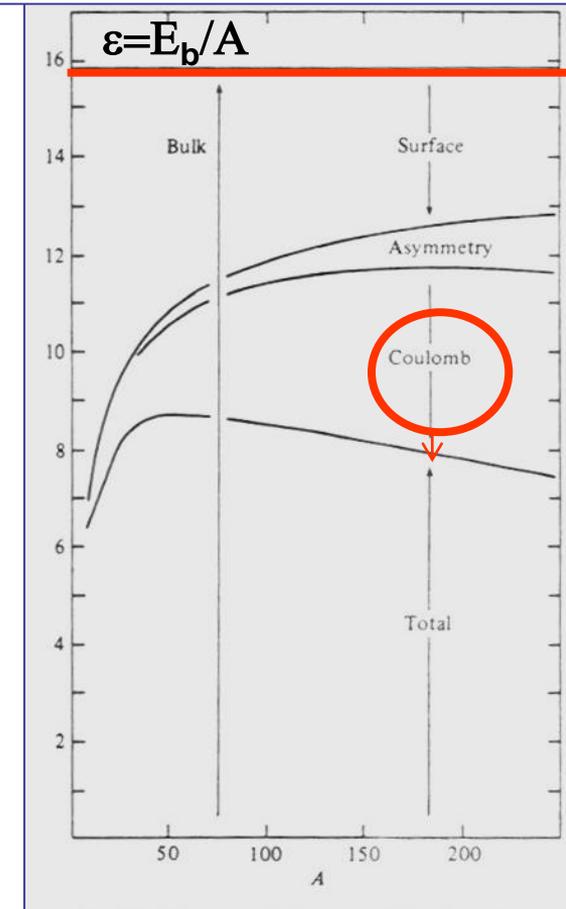
## Il termine Coulombiano

- In un nucleo  $(Z, A)$  entro un raggio  $R = r_0 A^{1/3}$  sono distribuiti  $Z$  protoni, ciascuno con carica  $e$ , per cui la carica totale e'  $Q = Ze$ .
- L'energia di repulsione coulombiana di una sfera e' data da  $U_c = \xi Q^2 / R$  dove  $\xi$  e' un fattore geometrico, inessenziale per stabilire l'ordine di grandezza.
- Per il nucleo ho dunque:

$$U_c = \xi Z^2 e^2 / (r_0 A^{1/3}) = d Z^2 / A^{1/3}$$

dove  $d = \xi e^2 / r_0$ . Posso porre  $\xi = 1$  per stimare l'ordine di grandezza

$$d \approx e^2 / r_0 = (e^2 / \hbar c) \hbar c / r_0 \approx 1 \text{ MeV}$$



- Questo termine, che cresce con  $Z^2$  diventa sempre piu' importante all'aumentare di  $Z$ ; Questo e' il motivo per cui nei nuclei pesanti i neutroni sono sempre in numero maggiore rispetto agli elettroni
- L'energia di repulsione coulombiana, che e' piccola rispetto all'attrazione nucleare per una coppia di particelle, diventa sempre piu' importante all'aumentare di  $Z$  e fa si' che non esistano nuclei stabili con  $Z > 83$ .

# Ripartiamo dal capitolo precedente :Massa ed energia di legame

- L'energia di legame  $E_b$  di un corpo di massa  $M$  è l'energia necessaria per separare i suoi costituenti (di massa  $m_i$ ):

$$E_b = \sum m_i c^2 - M c^2$$

- Questa è una buona definizione per nuclei, atomi, molecole, solidi... \*)
- L'energia di legame tiene conto delle interazioni dei costituenti e del loro moto all'interno del sistema.
- Il valore dell'energia di legame è caratteristico del tipo di interazione.
- Ad esempio nel deutone:

$$E_b = (m_p c^2 + m_n c^2) - m_d c^2 = (1877.837 - 1875.612) \text{ MeV} = 2.215 \text{ MeV}$$

mentre nell'atomo di idrogeno:

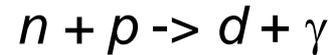
$$E_b = (m_e c^2 + m_p c^2) - m_H c^2 = 13.6 \text{ eV}$$

- Questi due valori rappresentano le tipiche scale delle energie nucleari (1MeV) e delle energie atomiche (1eV).
- Il fatto che le energie di legame nucleare siano  $10^6$  volte maggiori di quelle atomiche corrisponde al fatto che le interazioni (cosiddette forti) che legano i nucleoni (p,n) nel nucleo sono molto più robuste dell'interazione e.m. che lega gli elettroni negli atomi.

- **Questo ha importanti conseguenze.....**

# Energia sviluppata nelle reazioni nucleari

- Consideriamo un neutrone  $n$  e un protone  $p$ , con impulsi trascurabili. Si osserva la seguente reazione nucleare\*:



- L'energia totale del sistema ( $d+\gamma$ ) è uguale alla somma delle masse  $(m_n+m_p)c^2$ .
- L'energia cinetica del  $d$  ( $T= E_d-m_dc^2$ ) e l'energia del fotone  $E_\gamma$  sono dunque date da:
- $T + E_\gamma = (m_n+m_p)c^2-m_dc^2 = E_b=2.215 \text{ MeV}$
- Questa è l'energia che, con urti successivi, può essere trasferita a nuclei, atomi e molecole del mezzo, è l'energia che può riscaldare il mezzo\*\*.
- La caratteristica più importante di un combustibile è il rapporto  $r$  tra l'energia  $Q$  che può sviluppare e la sua massa  $M$ .
- Per il sistema in esame  $r_{\text{nuc}} = Q/M \cong 2 \text{ MeV}/(2\text{GeV}/c^2) = 10^{14} \text{ Joule/ Kg}$
- Questo è il rapporto tipico per ogni processo nucleare: reazioni di fusione, reazioni di fissione nucleare e decadimenti nucleari.

\*)Questo processo, che si chiama "cattura di neutroni", è il più semplice esempio di fusione nucleare

\*\*)Usando la conservazione dell'impulso è facile vedere che questa energia è per la massima parte portata dal  $\gamma$ .

# Energia sviluppata nelle reazioni chimiche

- Consideriamo adesso un elettrone  $e$  e un protone  $p$ , con impulsi trascurabili. Si osserva la seguente reazione\*:



- L'energia totale del sistema ( $H+\gamma$ ) è uguale alla somma delle masse dei reagenti  $(m_n+m_e)c^2$  e dunque l'energia cinetica dell'H ( $T= E_H-m_Hc^2$ ) e l'energia del fotone  $E_\gamma$  sono date da:

$$T + E_\gamma = (m_n+m_p)c^2-m_Hc^2 = E_b = 13.6 \text{ eV}$$

- Anche in questo caso, questa è l'energia che, con urti successivi, può essere trasferita a nuclei, atomi e molecole del mezzo, è l'energia che può riscaldare il mezzo\*\*.
- Il rapporto  $r$  tra l'energia  $Q$  che si può sviluppare e la massa  $M$  è adesso:  
$$r_H = Q/M = \approx 10 \text{ eV}/(1\text{GeV}/c^2) = 1.36 \cdot 10^9 \text{ Joule/Kg}$$
- In una reazione chimica, in genere vengono liberate energie  $E_b \approx 1 \text{ eV}$  e le masse in gioco sono una decina di volte quelle dell'Idrogeno, per cui il tipico valore di  $r$  è

$$r_{\text{chim}} \approx 10^7 \text{ Joule/Kg.}$$

- Le reazioni chimiche sono qualitativamente equivalenti a quelle nucleari, ma con importanti differenze quantitative:
  - la scala delle energie è  $1 \text{ eV}$  contro  $1\text{MeV}$  in ciascuna reazione
  - l'energia disponibile per unità di massa è circa  $10^7$  contro  $10^{14}$  Joule/Kg .

\*)Questo processo, detto "ricombinazione elettronica", è il prototipo delle reazioni chimiche 19

\*\*)Usando la conservazione dell'impulso è facile vedere che questa energia è per la massima parte portata dal  $\gamma$ .

# Il combustibile di una centrale elettrica

- Una tipica centrale elettrica sviluppa una potenza  $P_{el}=10^9 \text{ W}=1\text{GW}$  ed ha un rendimento di circa  $1/3$ . Il calore che deve essere fornito alla centrale in un anno per mantenerla in funzionamento continuo è dunque  $U=9 \cdot 10^{16}\text{J}=2.15 \cdot 10^{13}\text{Kcal}^*$
- In una centrale alimentata a metano, il calore viene fornito dalla reazione
$$\text{CH}_4+2\text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2 +2\text{H}_2\text{O}$$
- Il calore di combustione del metano è  $213\text{Kcal/mole}^{**}$  e una mole<sup>\*\*\*</sup> di  $\text{CH}_4$  ha una massa di 16 g.
- La centrale ha dunque bisogno di  $10^{11}$  moli di Metano, ossia  $1.6 \cdot 10^9\text{kg}$  (e sviluppa anche  $4.4 \cdot 10^9 \text{ Kg}$  di  $\text{CO}_2$ )
- Nel processo di fissione dell' $^{235}\text{U}$  vengono liberati 200 MeV per ogni fissione e dunque  $r=10^{14}\text{J/kg}$ .
- Per fornire l'energia di cui ha bisogno la centrale sono dunque sufficienti 900kg di  $^{235}\text{U}$  per anno.

\*)l'equivalente meccanico della (piccola) caloria sono 4.18 Joule, dunque  
 $1\text{Kcal}=1\text{Cal}=4.18 \cdot 10^3\text{J}$ .

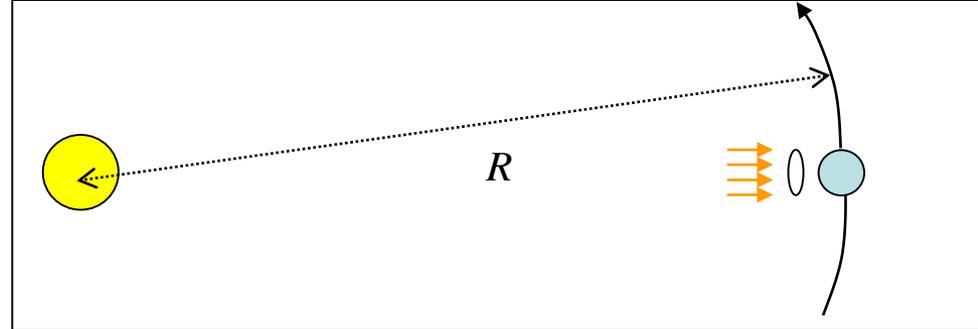
\*\*\*)Una mole è una quantità di sostanza che contiene un numero di Avogadro ( $N_A=6 \cdot 10^{23}$ ) di molecole. Poiché la massa dell' H in grammi è  $1/N_A$  la massa di una mole in g è pari al suo "peso molecolare", cioè la massa di una mole di  $\text{CH}_4$  è 16g.

\*\*\*\*)Osservare che 213 Kcal/mole corrispondono a 8.9eV per ciascuna molecola.

## Esplosivi chimici e nucleari

- Il calore di combustione del Tritolo (TNT) è di 821Kcal/mole
- Una bomba contenente una tonnellata di Tritolo, se tutto entra in combustione, può sviluppare circa  $1.5 \cdot 10^{10}$  J \*.
- Una bomba a fissione\*\* contenente 150Kg di  $^{235}\text{U}$  può sviluppare  $1.5 \cdot 10^{16}$  J , cioè l'equivalente di  $10^6$  tonnellate di tritolo
- Negli esplosivi nucleari a fissione (cosiddette “bombe atomiche”) si utilizza  $^{235}\text{U}$  (e/o Plutonio).
- Negli esplosivi a fusione (le cosiddette bombe termonucleari, o all'idrogeno) si utilizza sia la fissione di plutonio che la fusione  $\text{d}+\text{t} \rightarrow ^4\text{He}+\text{n}$  in cui viene liberata un'energia  $Q=17.6$  MeV.
- Nella reazione di fusione l'energia liberata per unità di massa  $Q/M = 17.6/5 = 3.5 \text{MeV}/m_p$  è maggiore di quella della fissione ( $1 \text{MeV}/m_p$ ) e ciò permette di realizzare, a parità di massa, esplosivi più energetici.
- \*la molecola di TNT=  $(\text{C}_6\text{H}_2)(\text{CH}_3)(\text{NO}_2)_3$  ha peso molecolare 227
- \*\*In pratica, solo un quarto circa del materiale esplosivo, per cui una bomba di 1000 kg dà circa  $4 \cdot 10^9$  J.

## L'energetica del sole



- Dal sole arriva sulla Terra un flusso di energia, detto costante solare\* pari a:  
$$K_0 = 1.4 \text{ KW/m}^2.$$
- La luminosità del sole, cioè l'energia irradiata per unità di tempo, è  $L = 4\pi R^2 K_0 = 3.8 \cdot 10^{26} \text{ W}$  \*\* dove  $R = 1.5 \cdot 10^8 \text{ km}$  è la distanza (media) terra-sole.
- L'età del sistema solare, come dedotta dalla datazione dei meteoriti più antichi, è di circa  $t = 4.6 \cdot 10^9$  anni.
- Poiché si ritiene che la luminosità sia stata approssimativamente costante nel tempo, si ricava che in totale il sole ha irraggiato una quantità di energia  $U = L \cdot t = 5.2 \cdot 10^{43} \text{ J}$
- Ci chiediamo quale sia la fonte di energia che può sostenere il sole. Abbiamo a disposizione tre fonti di energia: gravitazionale, chimica e nucleare. Vediamo quale è il loro contributo...
- \*) circa un terzo di questa viene riflessa dall'atmosfera. La quantità che arriva sul pianeta è dunque  $2/3 K_0$
- \*\*) La "costante solare" in realtà fluttua a livello dello 0.1% durante il ciclo undecennale del sole
- \*\*) Questa potenza è equivalente a quanto consumato di circa  $10^{17}$  centrali.....

## L'energia gravitazionale nel sole

- Nella contrazione gravitazionale di una nube di massa  $M$  da un raggio iniziale  $R_{in}$  al raggio attuale del sole  $R$  si libera una quantità di energia dell'ordine di

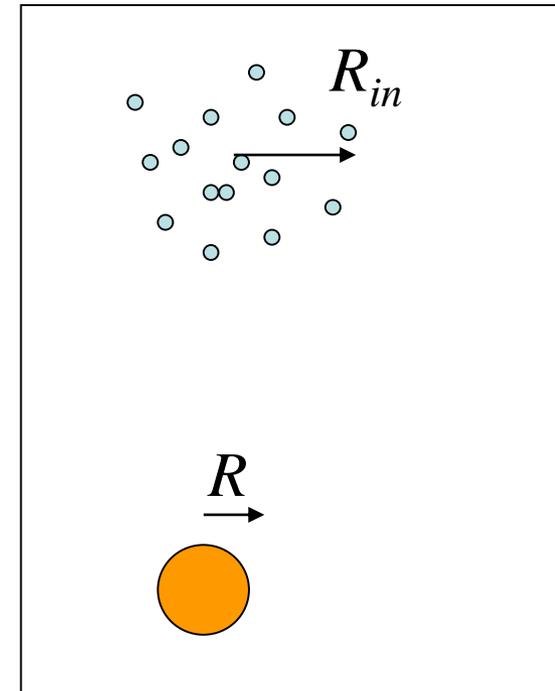
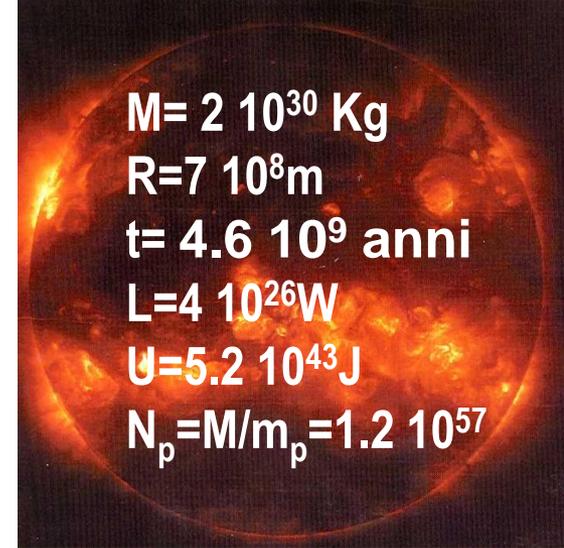
$$U_G \approx G_N M^2 / R - G_N M^2 / R_{in} .$$

- Per  $R_{in} \gg R$  ho dunque\*:
- $U_G \approx G_N M^2 / R = 4 \cdot 10^{41} \text{ J}$
- Mancano due ordini di grandezza per la quantità di energia irradiata complessivamente.
- In altri termini, se la fonte fosse quella gravitazionale, il sole potrebbe esserne sostenuto per un tempo

$$t_G = U_G / L \approx 3 \cdot 10^7 \text{ anni} .$$

- Questo era un importante problema scientifico nell'800: un'età così breve non era compatibile con i tempi scala dell'orogenesi sulla terra né con l'evoluzione biologica.

- \*La costante di Newton è  $G_N = 6.673 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .



## L'energia nucleare nel sole

- Nel sole ( $M=2 \cdot 10^{30}\text{Kg}$ ) ci sono  $N_p=1.2 \cdot 10^{57}$  nucleoni\*.
- Per effetto di reazioni chimiche, mi posso aspettare di produrre  $\Delta_{\text{ch}} \approx 1\text{eV}$  per ciascun nucleone.
- L'energia totale a disposizione è dunque  $U_{\text{ch}} \approx 1.9 \cdot 10^{38}\text{ J}$ , corrispondente a un tempo  $t_{\text{ch}} \approx 1.6 \cdot 10^4$  anni.
- L'energia nucleare può fornire  $\Delta_{\text{nuc}} \approx 1\text{MeV}$  per ciascun nucleone e dunque è in grado di sostenere il sole per un tempo più grande per sei ordini di grandezza,  $t_{\text{nuc}} \approx 1.6 \cdot 10^{10}$  anni.
- Oggi sappiamo che il sole si sostiene mediante una serie di reazioni il cui risultato finale è quello di trasformare 4 nuclei di idrogeno in un nucleo di elio:

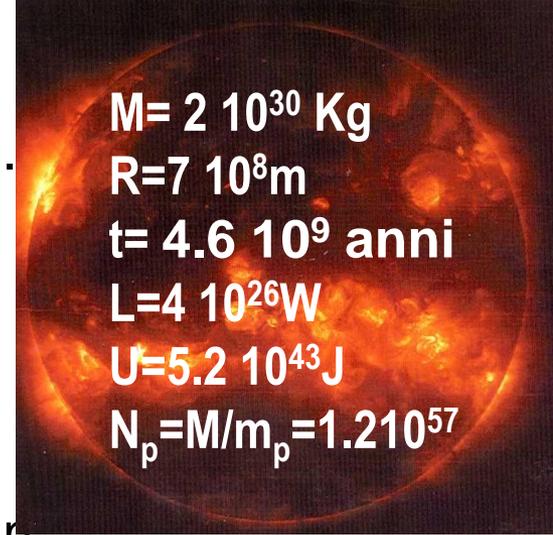


liberando in calore  $Q=26\text{ MeV}$ .

- L'esistenza di queste reazioni nel sole è stata provata nell'ultimo decennio mediante la rivelazione dei neutrini solari, con esperimenti condotti al Gran Sasso\*\* , in Russia e in Canada.

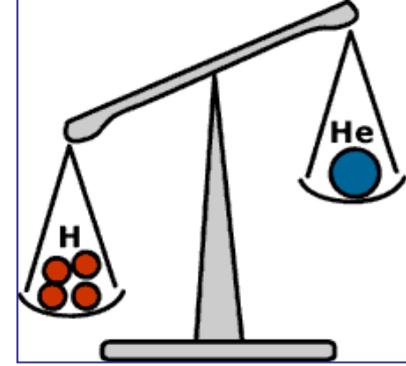
\*Si chiamano nucleoni i costituenti dei nuclei atomici, cioè protoni e neutroni.

\*\* vedi <http://www.mpi-hd.mpg.de/nuastro/galex.html>



# La nascita dell' astrofisica nucleare\*

- In 1919, Henry Norris Russell, the leading theoretical astronomer in the United States, summarized in a concise form the astronomical hints on the nature of the stellar energy source. Russell stressed that the most important clue was the high temperature in the interiors of stars.
- F. W. Aston discovered in 1920 the key experimental element in the puzzle. He made precise measurements of the masses of many different atoms, among them hydrogen and helium. Aston found that four hydrogen nuclei were heavier than a helium nucleus. This was not the principal goal of the experiments he performed, which were motivated in large part by looking for isotopes of neon.
- The importance of Aston's measurements was immediately recognized by Sir Arthur Eddington, the brilliant English astrophysicist. Eddington argued in his 1920 presidential address to the British Association for the Advancement of Science that Aston's measurement of the mass difference between hydrogen and helium meant that the sun could shine by converting hydrogen atoms to helium.
- This burning of hydrogen into helium would (according to Einstein's relation between mass and energy) release about 0.7% of the mass equivalent of the energy. In principle, this could allow the sun to shine for about a 100 billion years.
- In a frighteningly prescient insight, Eddington went on to remark about the connection between stellar energy generation and the future of humanity:
- *If, indeed, the sub-atomic energy in the stars is being freely used to maintain their great furnaces, it seems to bring a little nearer to fulfillment our dream of controlling this latent power for the well-being of the human race---or for its suicide.*
- *\*[http://www.nobel.se/physics/articles/fusion/sun\\_3.html](http://www.nobel.se/physics/articles/fusion/sun_3.html)*

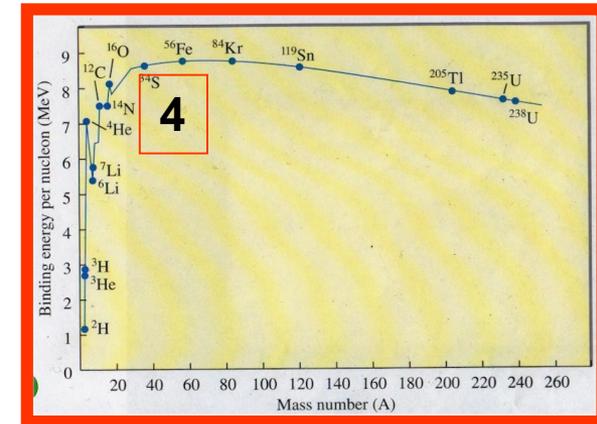
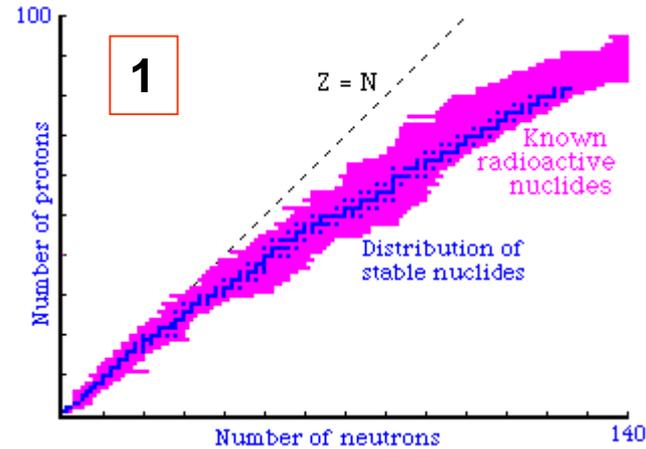


# Decalogo

- 1) →
- 2) Energia di legame:  $E_b = (\sum m_i - M)c^2$
- 3) Le energie di legame degli elettroni esterni di un atomo sono dell'ordine di 1eV
- 4) →
- 5) In prima approssimazione, l'energia di legame di un nucleo cresce linearmente con A, e quindi l'energia di legame per nucleone e' -indipendentemente da A - dell'ordine di 8 MeV
- 6) La formula semiempirica per l'energia di legame e':

$$\varepsilon = E_b(A, Z) / A = a - b / A^{1/3} - s(N - Z)^2 / A^2 - dZ^2 / A^{4/3}$$

- 7) Le energie liberate in reazioni nucleari sono dell'ordine di MeV per ogni nucleone
- 8) Per bassi Z sono la fusione e' eso-energetica, per alti Z la fusione e' eso-energetica
- 9) La luminosita' del sole  $L = 4 \cdot 10^{26} \text{ W}$  e' sostenuta per la durata del sole ( $t = 4.5 \cdot 10^9$  anni) dall' energia liberata nella fusione nucleare,  **$4p + 2e \rightarrow 4He + 2\nu$** .



- 10) La densita' nucleare e' 0.2 nucleoni/fermi<sup>3</sup> quindi  $r = 1.2 \text{ fm } A^{1/3}$

## Esercizi

- Una automobile a 100Km/h percorre 10Km con 1Kg di benzina, mentre il motore sviluppa 30KW. Supponendo che il rendimento del motore sia  $\varepsilon=25\%$  determinare il calore di combustione della benzina.
- Stimare la quantità di  $\text{CO}_2$  immessa nell'atmosfera, da un automobilista che percorre 15.000Km/anno, supponendo che l'auto sia alimentata a metano e percorra 10km con 1kg di combustibile.
- Un reattore nucleare consuma 900Kg all'anno di  $^{235}\text{U}$  per processi di fissione. Calcolare di quanto diminuisce in un anno la massa del reattore.
- Nota la luminosità solare  $L= 3.8 \cdot 10^{26}\text{W}$ , calcolare di quanto diminuisce in ogni secondo la massa del sole, per effetto della trasformazione di massa in energia.
- Valutare per la terra i valori di  $U_G$ ,  $U_{\text{ch}}$  e  $U_{\text{nuc}}$ , supponendo per quest'ultima che i nuclei radioattivi all'interno della terra corrispondano a  $10^{-7} M_t$ .